Известия Гомельского государственного университета
имени Ф. Скорины, № 3 (84), 2014

*УДК 512. 542*

# О *p*-разрешимости некоторых нормальных подгрупп конечных групп

В.С. Монахов, Д.А. Ходанович

Пусть $K$ – нормальная подгруппа группы $G$ и $p$ – простое число. При $p = 2$ дополнительно предположим, что подгруппа $K$ $S_4$-свободна. Устанавливается $p$-разрешимость подгруппы $K$ при условии, что для каждой максимальной в $G$ подгруппы $M$, не содержащей $K$, пересечение $K \cap M$ $p$-нильпотентно.
**Ключевые слова:** конечная $p$-разрешимая группа, нормальная подгруппа, максимальная подгруппа.

Let $K$ be a normal subgroup of a group $G$ and $p$ be a prime. Suppose that $K$ is $S_4$-free for $p = 2$. We prove that $K$ is $p$-solvable, if for every maximal subgroup $M$ of $G$, not containing $K$, the intersection $K \cap M$ is $p$-nilpotent.
**Keywords:** finite group, $p$-solvable group, normal subgroup, maximal subgroup.



**Введение.** Рассматриваются только конечные группы. Терминология и обозначения соответствуют [1].

В работах В.С. Монахова, М.В. Селькина и С.Ф. Каморникова [2]–[4] исследовалось строение нормальной подгруппы $K$ группы $G$ при условии, что для каждой максимальной в группе $G$ подгруппы $M$, не содержащей $K$, пересечение $K \cap M$ нильпотентно. В частности, установлено [2, теорема 2], что подгруппа $K$ является полупрямым произведением двух нильпотентных холловых подгрупп. Приведены примеры, указывающие на то, что не все собственные подгруппы в $K$ обязаны быть нильпотентными.

В настоящей работе развивается данное направление. Исследуется строение нормальной подгруппы $K$ при условии, что пересечение $K \cap M$ $p$-нильпотентно, $p$ – простое число. При $p > 2$ доказывается, что подгруппа $K$ $p$-разрешима. Если $p = 2$, то подгруппа $K$ может быть неразрешимой.

**Пример.** Неразрешимая группа $PGL(2,7)$ содержит [5, SmallGroups, № (336,208)] следующие с точностью до изоморфизма максимальные подгруппы: нормальную подгруппу $PSL(2,7)$; диэдральную подгруппу $[Z_3]E_4 = [Z_6]Z_2$ порядка 12; диэдральную подгруппу порядка 16; подгруппу $[[Z_7]Z_3]Z_2$ порядка 42. Пересечения нормальной подгруппы $PSL(2,7)$ с другими максимальными подгруппами из $PGL(2,7)$ имеют порядки 6, 8 или 21, в частности, эти пересечения 2-нильпотентны.

Поэтому при $p = 2$ для получения $p$-разрешимости подгруппы $K$ необходимы дополнительные ограничения.

Без использования классификации конечных простых групп в данной статье доказывается следующая теорема.

**Теорема 1.** *Пусть $K$ – нормальная подгруппа группы $G$ и $p$ – простое число. При $p = 2$ дополнительно предположим, что подгруппа $K$ $S_4$-свободна. Если для каждой максимальной подгруппы $M$ группы $G$, не содержащей подгруппу $K$, пересечение $K \cap M$ является $p$-нильпотентной группой, то подгруппа $K$ $p$-разрешима.*

В случае, когда $K$ – $p$-разрешимая нормальная подгруппа группы $G$, ее строение уточняет теорема 2.

**Теорема 2.** *Пусть $p$ – простое число и $K$ – $p$-разрешимая нормальная подгруппа группы $G$. Если для каждой максимальной подгруппы $M$ группы $G$, не содержащей $K$, пересечение $K \cap M$ является $p$-нильпотентной группой, то $K / O_p(K)$ $p$-нильпотентна.*

Сверхразрешимые группы $p$-нильпотентны для наименьшего простого делителя $p$ порядка группы. Этот факт позволяет применить методы доказательства теоремы 2 для получения следующего утверждения.

**Теорема 3.** *Пусть $K$ – нормальная разрешимая подгруппа группы $G$. Если для каждой максимальной подгруппы $M$ группы $G$, не содержащей $K$, пересечение $K \cap M$ является сверхразрешимой подгруппой, то $K/(K \cap F(G))$ сверхразрешима.*

**1. Вспомогательные результаты.** Через $\Phi(G)$ и $F(G)$ обозначаются подгруппы Фраттини и Фиттинга группы $G$. Наибольшая нормальная разрешимая ($p$-разрешимая, $p$-подгруппа) подгруппа группы $G$ обозначается через $S(G)$ ($S_p(G)$, $O_p(G)$ соответственно). Группа с нормальной силовской $p$-подгруппой называется $p$-замкнутой, а группа с нормальной $p'$-холловой подгруппой называется $p$-нильпотентной. Запись $H \le G$ означает, что $H$ – подгруппа группы $G$. Если $U$ и $V$ – подгруппы группы $G$, $U \subseteq V$ и $U$ нормальна в $V$, то фактор-группу $V/U$ называют секцией группы $G$. Если в группе $G$ нет секций, изоморфных симметрической группе $S_4$, то $G$ называют $S_4$-свободной группой. Через $Z_n$ и $E_n$ обозначаются циклическая и элементарная абелева группы порядка $n$. Запись $[A]B$ означает полупрямое произведение с нормальной подгруппой $A$. Для группы $G$ множество всех простых делителей ее порядка обозначается через $\pi(G)$. Бипримарной называют группу, чей порядок делится в точности на два различных простых числа. Модулярной называют группу, в которой любые две подгруппы перестановочны. Дедекиндова группа – это группа, в которой каждая подгруппа нормальна. Понятно, что абелевы группы дедекиндовы, а дедекиндовы группы модулярны.

Далее всегда $p$ – простое число.

**Лемма 1** [6, IV.5.4]. *Если все собственные подгруппы группы $G$ $p$-нильпотентны, то группа $G$ либо $p$-нильпотентна, либо является $p$-замкнутой бипримарной группой.*

**Лемма 2** [6, IV.6.2], [7, теорема 9]. *Пусть $P$ – силовская $p$-подгруппа группы $G$. При $p=2$ дополнительно предполагаем, что $G$ является $S_4$-свободной группой. Если $C_G(Z(P))$ и $N_G(J(P))$ $p$-нильпотентны, то $G$ $p$-нильпотентна.*

**Лемма 3.** *Пусть $K$ – нормальная подгруппа группы $G$ и $p$ – простое число. Если для каждой максимальной подгруппы $M$ группы $G$, не содержащей подгруппу $K$, пересечение $K \cap M$ является $p'$-подгруппой, то подгруппа $K$ $p$-замкнута.*

*Доказательство.* Если простое число $p$ не делит порядок подгруппы $K$, то подгруппа $K$ $p$-замкнута. Поэтому лемму надо доказывать в случае, когда простое число $p$ делит порядок подгруппы $K$. Если $G=K$, то каждая максимальная подгруппа группы $G$ не содержит $K$, и по условию каждая максимальная подгруппа должна быть $p'$-подгруппой. Это возможно только тогда, когда вся группа $G$ является $p'$-группой, противоречие. Поэтому $K \ne G$. Предположим, что подгруппа $K$ не $p$-замкнута. Тогда $N_G(P)$ – собственная в $G$ подгруппа, где $P$ – силовская $p$-подгруппа из $K$, и $G = K \cdot N_G(P)$ по лемме Фраттини. Пусть $M$ – максимальная подгруппа группы $G$, содержащая подгруппу $N_G(P)$. Тогда $G = K \cdot M$, поэтому $M$ не содержит подгруппу $K$. Теперь пересечение $K \cap M$ содержит $N_G(P) \supseteq P$, поэтому $K \cap M$ не является $p'$-подгруппой, противоречие. Лемма доказана.

**Лемма 4.** *В любой конечной группе пересечение всех максимальных подгрупп нечетных индексов является 2-замкнутой подгруппой.*

*Доказательство.* Пусть $G$ – группа и $H$ – пересечение всех максимальных в $G$, имеющих нечетный индекс. Предположим, что подгруппа $H$ не 2-замкнута и пусть $P$ – силовская 2-подгруппа из $H$. Так как $H$ нормальна в $G$, то по лемме Фраттини $G = H \cdot N_G(P)$.

Ясно, что $G \neq N_G(P)$ и $N_G(P)$ имеет нечетный индекс в $G$. Пусть $M$ – максимальная в $G$ подгруппа, содержащая $N_G(P)$. Тогда $H \subseteq M$ и $G = H \cdot N_G(P) \subseteq M$, противоречие. Лемма доказана.

**Лемма 5** [10, 4.2.1]. *Если* $\mathfrak{F}$ *– насыщенная наследственная формация и* $H$ *– нормальная подгруппа группы* $G$ *такая, что* $\Phi(G) \subseteq H$ *и* $H/\Phi(G) \in \mathfrak{F}$, *то* $H \in \mathfrak{F}$.

**2. Доказательство теоремы 1.** Предположим, что $K$ – не $p$-разрешимая подгруппа, и воспользуемся индукцией по числу $|G|+|K|$. Вначале докажем, что

(1) подгруппа $K \neq G$.

Предположим, что $G = K$. Тогда любая максимальная подгруппа $X$ группы $G$ не содержит подгруппу $K$, и по условию пересечение $K \cap X = X$ будет $p$-нильпотентной подгруппой. Поэтому в группе $G$ все собственные подгруппы $p$-нильпотентны, и по лемме 1 группа $G$ либо $p$-нильпотентна, либо является бипримарной $p$-замкнутой группой. В частности, группа $G = K$ $p$-разрешима, противоречие.

(2) Условия теоремы наследуют все фактор-группы группы $G$ и $S_p(G) = 1$.

Пусть $L$ – нетривиальная нормальная в $G$ подгруппа и $X/L$ – максимальная подгруппа фактор-группы $G/L$, не содержащая подгруппу $K \cdot L/L$. Тогда $X$ – максимальная подгруппа группы $G$, $X$ не содержит $K$, и по условию пересечение $K \cap X$ будет $p$-нильпотентной подгруппой. Фактор-группа $G/L$ содержит нормальную подгруппу $K \cdot L/L$ и

$$(K \cdot L/L) \cap (X/L) = (K \cdot L \cap X)/L = (K \cap X) \cdot L/L \cong (K \cap X)/(K \cap X \cap L)$$

будет $p$-нильпотентной. Поэтому фактор-группа $G/L$ с нормальной подгруппой $KL/L$ удовлетворяет условию теоремы. Так как

$$|G/L| + |K \cdot L/L| = |G/L| + |K/K \cap L| < |G| + |K|,$$

то по индукции фактор-группа $K \cdot L/L \cong K/(K \cap L)$ $p$-разрешима. Если $L$ $p$-разрешима, то $p$-разрешимой будет и подгруппа $K$ противоречие. Поэтому подгруппа $L$ не $p$-разрешима, в частности, $S_p(G) = 1$.

(3) В группе $G$ минимальная нормальная подгруппа единственна.

Предположим, что в группе $G$ существуют две минимальные нормальные подгруппы $L_1 \neq L_2$. Тогда для каждого $i = 1, 2$ фактор-группа

$$(K \cdot L_i)/L_i \cong K/(K \cap L_i)$$

$p$-разрешима, поэтому группа

$$K/(K \cap L_1) \times K/(K \cap L_2)$$

$p$-разрешима. По [1, 2.33] подгруппа $K$ изоморфна подгруппе из прямого произведения

$$K/(K \cap L_1) \times K/(K \cap L_2),$$

поэтому $K$ $p$-разрешима, противоречие. Значит, допущение не верно и группа $G$ содержит единственную минимальную нормальную подгруппу.

(4) $K$ – минимальная нормальная в $G$ подгруппа.

Пусть $L$ – минимальная нормальная в $G$ подгруппа. По (3) она единственна, поэтому $L \subseteq K$. Предположим, что подгруппа $K$ не содержится в $L$. Пусть $Y$ – максимальная подгруппа группы $G$, не содержащая подгруппу $L$. Тогда $Y$ не содержит $K$, и по условию пересечение $K \cap Y$ будет $p$-нильпотентной подгруппой. Так как

$$L \cap Y \subseteq K \cap Y,$$

то $L \cap Y$ также будет $p$-нильпотентной подгруппой. Следовательно, группа $G$ с нормальной подгруппой $L$ удовлетворяет условиям теоремы. Поскольку $L \neq K$, то

$$|G| + |L| < |G| + |K|$$

и по индукции подгруппа $L$ $p$-разрешима. Но из (2) следует, что $K/L$ $p$-разрешима, теперь будет $p$-разрешимой и подгруппа $K$, противоречие. Поэтому $L = K$ и $K$ – минимальная нормальная в $G$ подгруппа.

(5) Окончание доказательства.

Пусть $P_1 \in \{P, Z(P), J(P)\}$, где $P$ – силовская $p$-подгруппа из $K$. Здесь $Z(P)$ – центр подгруппы $P$, а $J(P)$ – подгруппа, определенная в [6, IV.6.1]. Обе подгруппы $Z(P)$ и $J(P)$ характеристические в $P$, они не единичны и не нормальны в $K$. Поэтому $N_G(P_1)$ – собственная в $G$ подгруппа, содержащая подгруппу $N_G(P)$. По лемме Фраттини

$$G = K \cdot N_G(P) = K \cdot N_G(P_1).$$

Пусть $U$ – максимальная в группе $G$ подгруппа, содержащая подгруппу $N_G(P_1)$. Тогда $G = K \cdot U$, подгруппа $U$ не содержит подгруппу $K$. По условию теоремы пересечение $U \cap K$ будет $p$-нильпотентной подгруппой. Поскольку

$$N_K(P_1) = N_G(P_1) \cap K \subseteq U \cap K,$$

то $p$-нильпотентной будет и подгруппа $N_K(P_1)$. Теперь по лемме 2 подгруппа $K$ $p$-нильпотентна, противоречие с тем, что подгруппа $K$ является не $p$-разрешимой. Теорема 1 доказана.

Поскольку сверхразрешимые группы 2-нильпотентны [1, 4.51], то из теоремы 1 при $p = 2$ вытекает следствие 1.1.

**Следствие 1.1.** *Пусть $K$ – нормальная $S_4$-свободная подгруппа группы $G$. Если для каждой максимальной подгруппы $M$ группы $G$, не содержащей $K$, пересечение $K \cap M$ является сверхразрешимой подгруппой, то подгруппа $K$ разрешима.*

**Следствие 1.2.** *Пусть $K$ – нормальная подгруппа группы $G$. Если для каждой максимальной подгруппы $M$ группы $G$, не содержащей $K$, пересечение $K \cap M$ является 2-нильпотентной группой с модулярной силовской 2-подгруппой, то подгруппа $K$ разрешима.*

*Доказательство.* Предположим, что подгруппа $K$ неразрешима. Как и в доказательстве теоремы 1, заключаем, что $K \neq G$. По лемме 4 существует в группе $G$ максимальная подгруппа $M$ нечетного индекса, не содержащая $K$, поэтому

$$G = K \cdot M \text{ и } |G : M| = |K : K \cap M|.$$

Теперь некоторая силовская 2-подгруппа $T$ из $K$ содержится в $M$. По условию подгруппа $T$ модулярна. Из определения модулярной группы следует, что каждая секция группы $T$ модулярна. В $S_4$ силовская 2-подгруппа является диэдральной порядка 8, и в ней существуют две неперестановочные подгруппы порядка 2. Поэтому подгруппа $K$ $S_4$-свободна и $K$ разрешима по теореме 1. Следствие 1.2 доказано.

Напомним, что вполне факторизуемой группой называют группу, в которой все подгруппы дополняемы, а $t$-группой – группу, в которой каждая субнормальная подгруппа нормальна. Структуру вполне факторизуемых групп описал Ф. Холл [8], а строение разрешимых $t$-групп – Гашюц [9]. В частности, эти группы сверхразрешимы и их силовские 2-подгруппы дедекиндовы. Теперь из следствия 1.2 с учетом леммы 3 получаем

**Следствие 1.3.** *Пусть $K$ – нормальная подгруппа группы $G$. Если для каждой максимальной подгруппы $M$ группы $G$, не содержащей подгруппу $K$, пересечение $K \cap M$ либо имеет нечетный порядок, либо является вполне факторизуемой группой, либо разрешимой $t$-группой, то $K$ разрешима.*

Согласно [9] группа с циклическими силовскими подгруппами является разрешимой $t$-группой. Поэтому справедливо следствие 1.4.

**Следствие 1.4.** *Пусть $K$ – нормальная подгруппа группы $G$. Если для каждой максимальной подгруппы $M$ группы $G$, не содержащей подгруппу $K$, пересечение $K \cap M$ либо имеет нечетный порядок, либо является вполне факторизуемой группой, либо группой с циклическими силовскими подгруппами, то подгруппа $K$ разрешима.*

В формулировках следствий 1.3 и 1.4 пересечения могут быть трех типов. Если убирать по одному из них или по два, то можно записать еще несколько новых признаков разрешимости нормальной подгруппы.

Если применить теорему 1 к нескольким простым числам $p$, то получим также новые следствия. Например, справедливо следствие 1.5.

**Следствие 1.5.** *Пусть $K$ – нормальная подгруппа группы $G$. Если для каждой максимальной подгруппы $M$ группы $G$, не содержащей подгруппу $K$, пересечение $K \cap M$ является $p$-нильпотентной группой для всех нечетных $p$, то подгруппа $K$ разрешима.*

**3. Доказательство теоремы 2.** Для более компактных индуктивных рассуждений нам потребуются элементы теории формаций, см. [1], [10]. Через $\mathsf{N}_p$ и $\mathsf{E}_{p'}$ обозначаются формации всех $p$-групп и всех $p'$-групп соответственно, а $\mathsf{N}_p\mathsf{E}_{p'}\mathsf{N}_p$ – их формационное произведение. Это произведение обозначим через $\mathsf{F}$. Хорошо известно, $\mathsf{F}$ – насыщенная радикальная формация, содержащая все нильпотентные группы, см. [1], [10]. Заметим, что фактор-группа $K / O_p(K)$ $p$-нильпотентна тогда и только тогда, когда $K \in \mathsf{F}$.

Предположим, что теорема неверна и воспользуемся индукцией по числу $|G| + |K|$. Тогда $K \notin \mathsf{F}$, как и при доказательстве теоремы 1, получаем:

(1) Подгруппа $K \neq G$.

(2) Если $N$ – произвольная нормальная в $G$ подгруппа, то условия теоремы выполняются для фактор-группы $G / N$ с нормальной подгруппой $K \cdot N / N$. В частности, если $N \neq 1$, то $K \cdot N / N \in \mathsf{F}$.

Пусть $N$ – нормальная подгруппа в группе $G$ и $X / N$ – максимальная подгруппа фактор-группы $G / N$, не содержащая подгруппу $K \cdot N / N$. Тогда $X$ – максимальная подгруппа группы $G$, подгруппа $X$ содержит $N$ и не содержит $K$, а по условию теоремы пересечение $K \cap X$ будет $p$-нильпотентной подгруппой. Фактор-группа $G / N$ содержит нормальную подгруппу $K \cdot N / N$ и

$$(K \cdot N / N) \cap (X / N) = (K \cdot N \cap X) / N = (K \cap X) \cdot N / N \cong (K \cap X) / (K \cap X \cap N)$$

будет $p$-нильпотентной, поэтому фактор-группа $G / N$ с нормальной подгруппой $K \cdot N / N$ удовлетворяет условию теоремы. Если $N \neq 1$, то по индукции $K \cdot N / N \in \mathsf{F}$.

(3) В группе $G$ минимальная нормальная подгруппа единственна.

Предположим, что в группе $G$ существуют две минимальные нормальные подгруппы $L_1 \neq L_2$. Тогда по (2) для каждого $i = 1, 2$ фактор-группа

$$K / (K \cap L_i) \cong K \cdot L_i / L_i \in \mathsf{F},$$

а поскольку $\mathsf{F}$ – формация и $L_1 \cap L_2 = 1$, то $K \in \mathsf{F}$, противоречие. Следовательно, допущение не верно и группа $G$ содержит единственную минимальную нормальную подгруппу.

(4) $O_p(G) = O_p(K) = 1$.

Предположим, что $O_p(G) \neq 1$. Тогда по индукции $K \cdot O_p(G) / O_p(G) \in \mathsf{F}$. Поскольку

$$O_p\left(K \cdot O_p(G) / O_p(G)\right) \subseteq O_p\left(G / O_p(G)\right) = 1,$$

то

$$K / K \cap O_p(G) \cong K \cdot O_p(G) / O_p(G) \in \mathsf{E}_{p'}\mathsf{N}_p.$$

Поэтому $K \in \mathsf{F}$, противоречие. Утверждение (4) доказано.

(5) Если $L$ – минимальная нормальная подгруппа группы $G$, то $L \subseteq K$ и $L$ является $p'$-подгруппой.

Из (3) следует, что $L \subseteq K$, поэтому подгруппа $L$ $p$-разрешима. Следовательно, $L$ является либо $p$-подгруппой, либо $p'$-подгруппой. Из (4) заключаем, что $L$ – $p'$-подгруппа.

(6) $L \cap \Phi(G) = 1$.

Предположим, что $L \cap \Phi(G) \neq 1$. Тогда $L \subseteq \Phi(G)$ и $K / L \in \mathsf{F}$ по (2). Теперь $K \in \mathsf{F}$ по лемме 5, что противоречит выбору подгруппы $K$.

(7) Окончание доказательства.

Согласно (6) в группе $G$ существует максимальная подгруппа $M$ такая, что $G = L \cdot M$ и $M$ не содержит $K$. По тождеству Дедекинда

$$K = K \cap G = K \cap L \cdot M = L \cdot (K \cap M), \quad K / L \cong (K \cap M) / (L \cap M),$$

а по условию теоремы пересечение $K \cap M$ – $p$-нильпотентная подгруппа. Поскольку $L$ – $p'$-подгруппа и $K / L$ – $p$-нильпотентная подгруппа, то $K$ – $p$-нильпотентная подгруппа. Получили противоречие. Теорема 2 доказана.

**4. Доказательство теоремы 3.** Формации всех нильпотентных групп и всех сверхразрешимых групп обозначаются через $\mathfrak{N}$ и $\mathfrak{U}$ соответственно, а $\mathfrak{N}\mathfrak{U}$ – их формационное произведение, которое, в свою очередь, является наследственной насыщенной формацией [10, 1.4]. Из определения произведения формаций следует, что включение $K \in \mathfrak{N}\mathfrak{U}$ равносильно тому, что фактор-группа $K / F(K)$ сверхразрешима. Поэтому используя индукцию по числу $|G| + |K|$ будем доказывать включение $K \in \mathfrak{N}\mathfrak{U}$. Вначале докажем, что

(1) подгруппа $K \neq G$.

Предположим, что $G = K$. Тогда любая максимальная подгруппа $X$ группы $G$ не содержит подгруппу, $K$ и по условию пересечение $K \cap X = X$ будет сверхразрешимой подгруппой. Поэтому в группе $G$ все собственные подгруппы сверхразрешимы. Если $G$ несверхразрешима, то $\mathfrak{U}$-корадикал $G^{\mathfrak{U}}$ является силовской подгруппой группы [6, VI.9.16] и $G \in \mathfrak{N}\mathfrak{U}$. Если $G$ сверхразрешима, то $G \in \mathfrak{U} \subset \mathfrak{N}\mathfrak{U}$. В любом случае $G \in \mathfrak{N}\mathfrak{U}$, а значит и $K \in \mathfrak{N}\mathfrak{U}$, противоречие. Утверждение (1) доказано.

(2) Условия теоремы наследуют все фактор-группы группы $G$ и $\Phi(G) = 1$.

То, что условия теоремы наследуют все фактор-группы группы $G$, проверяется так же, как и при доказательстве теоремы 2. Если $\Phi(G) \neq 1$, то

$$K \cdot \Phi(G) / \Phi(G) \cong K / K \cap \Phi(G) \in \mathfrak{N}\mathfrak{U},$$

а по лемме 5 получаем, что $K \in \mathfrak{N}\mathfrak{U}$, противоречие. Поэтому $\Phi(G) = 1$.

(3) В группе $G$ минимальная нормальная подгруппа единственна.

Утверждение доказывается так же, как и в доказательстве теоремы 2.

(4) Окончание доказательства.

Пусть $L$ – минимальная нормальная подгруппа группы $G$. Поскольку $\Phi(G) = 1$, то существует максимальная подгруппа $M$ группы $G$ такая, что $G = [L]M$. По тождеству Дедекинда $K = L \cdot (M \cap K)$, а по условию теоремы пересечение $M \cap K$ сверхразрешимо, поэтому $K \in \mathfrak{N}\mathfrak{U}$, противоречие. Теорема доказана.

**Литература**

1. Монахов, В.С. Введение в теорию конечных групп и их классов / В.С. Монахов // Минск: Вышэйшая школа. – 2006. – 207 с.

2. Монахов, В.С. О разрешимости нормальных подгрупп конечных групп / В.С. Монахов, М.В. Селькин // Математические заметки. – 1992. – Том 51, №. 3. – С. 85–90.

3. Монахов, В.С. О строении нормальных подгрупп конечных групп / В.С. Монахов, М.В. Селькин // Вопросы алгебры. Минск: Университетское. – 1993. Выпуск 6. – С. 96–100.

4. Каморников, С.Ф. О разрешимых подгруппах конечных групп / С.Ф. Каморников, М.В. Селькин // Весці АН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 1994, № 2. – С. 53–57.

5. The GAP Group, GAP – Groups, Algorithms, and Programming, Version 4.4.12 [Электронный ресурс]. 2009. Режим доступа: http://www.gap–system.org

6. Huppert, B. Endliche Gruppen, *I.* / B. Huppert – Berlin–Heidelberg–New York: Springer-Verlag. – 1967. – 793 p.

7. Glauberman, G. Subgroups of finite groups / G. Glauberman // Bull. Amer. Math. Soc. – 1967. – V. 73. – P. 1–12.

8. Hall, Ph. Complemented group / Ph. Hall // J. London Math. Soc. – 1937. – Vol 12. – P. 201–204.

9. Gaschutz, W. Gruppen, in denen das normalteilersein transitiv ist / W. Gaschutz // J. Reine Angew. Math. – 1957. – V. 198. – P. 87–92.

10. Шеметков, Л.А. Формации конечных групп / Л.А. Шеметков // Москва : Наука. – 1978. – 272 с.

Гомельский государственный
университет им. Ф. Скорины

Поступила в редакцию 05.05.2014